

# I Giochi di Archimede - Gara del Triennio

4 dicembre 1996

La prova consiste di 25 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere A, B, C, D, E.

Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.

Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.

Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento

ne \_\_\_\_\_ Cognome \_\_\_\_\_ Classe \_\_\_\_\_

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	

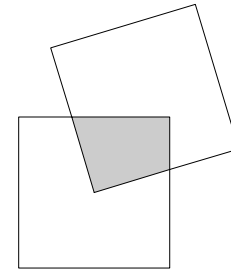
Dati cinque interi consecutivi, cosa si può dire della cifra delle unità del loro prodotto?

- (A) Può essere qualunque cifra
- (B) può essere qualunque cifra pari
- (C) può essere 0 oppure 5
- (D) è sempre 0
- (E) nessuna delle precedenti.

Un cane che sta in un punto A insegue una lepre che si trova, all'istante iniziale, 30 m avanti ad A. Il cane galoppa con falcate di 2 m, mentre la lepre fugge compiendo falcate di 1 m. Ogni 2 falcate del cane, la lepre ne compie 3. Dove il cane raggiungerà la lepre?

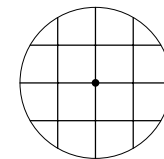
- (A) A 30 m dal punto A
- (B) a 60 m dal punto A
- (C) a 120 m dal punto A
- (D) a 600 m dal punto A
- (E) il cane non raggiungerà mai la lepre.

- 3) Siano dati due quadrati di lato 10 cm, uno dei quali ha un vertice nel centro dell'altro. L'area della parte comune ai due quadrati misura  
(A) 20 cm<sup>2</sup> (B) 25 cm<sup>2</sup> (C) 40 cm<sup>2</sup> (D) 50 cm<sup>2</sup>  
(E) dipende dalla posizione.



- 4) Lunedì ho acquistato delle azioni che martedì hanno perso il 10% del loro valore e mercoledì hanno guadagnato il 10% rispetto a martedì. Immediatamente ho venduto le mie azioni. Rispetto al prezzo iniziale il prezzo finale è  
(A) lo stesso (B) diminuito dell'1% (C) aumentato dell'1%  
(D) diminuito del 10% (E) aumentato del 10%.

- 5) Un oblò circolare di raggio 20 cm viene grigliato con delle sbarre in modo che i quattro quadrati al centro siano di lato 10 cm. La lunghezza complessiva delle sbarre è  
(A)  $80\sqrt{3}$  cm (B)  $80(\sqrt{2} + 1)$  cm (C) 200 cm  
(D)  $80(\sqrt{3} + 1)$  cm (E) 210 cm.



- 6) Quanto vale il quadrato del quadrato del quadrato di 8?  
(A) 2<sup>8</sup> (B) 8<sup>4</sup> (C) 8<sup>6</sup> (D) 8<sup>8</sup> (E) 2<sup>64</sup>.

- 7) La somma dei reciproci delle radici di  $ax^2 + bx + c = 0$  (ove  $a, b, c \neq 0$ ) è  
(A)  $\frac{1}{a} + \frac{1}{b}$  (B)  $\frac{b}{c}$  (C)  $-\frac{c}{b}$  (D)  $-\frac{a}{b}$  (E)  $-\frac{b}{c}$ .

- 8) Vicino ad una fonte vi è una cisterna di capacità superiore a 30 ettolitri, inizialmente vuota. Sono disponibili solo due recipienti calibrati, uno da 15 ed uno da 21 litri, con i quali è possibile aggiungere e togliere acqua dalla cisterna. Quale dei seguenti volumi di acqua non posso mettere esattamente nella cisterna?  
(A) 3 litri (B) 5 litri (C) 6 litri (D) 645 litri  
(E) posso ottenere tutti i precedenti.

- 9) Antonio è nato il 1° marzo di un anno che aveva 53 sabati e 53 domeniche. In che giorno della settimana è nato?  
(A) lunedì (B) mercoledì (C) venerdì  
(D) in un giorno diverso dai precedenti (E) non si può determinare con certezza.

- 10) Qual è la probabilità che il primo numero estratto sulla ruota di Firenze sia minore del primo numero estratto sulla ruota di Napoli? (Ricordiamo che al lotto si estraggono i numeri da 1 al 90).  
(A)  $\frac{44}{90}$  (B)  $\frac{88}{179}$  (C)  $\frac{44}{89}$  (D)  $\frac{89}{180}$  (E)  $\frac{1}{2}$ .

Qual è la cifra delle unità di  $1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + 1996^2$ ?

- (A) 1 (B) 2 (C) 4 (D) 6 (E) 8.

Sia  $D$  il dominio del piano cartesiano determinato dal sistema di disuguagliazioni a fianco. Qual è l'area di  $D$ ?

- (A)  $\sqrt{2}\pi$  (B)  $\frac{\pi}{2}$  (C) 2 (D)  $\sqrt{2}$  (E)  $4 - \pi$ .

$$\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 1 \\ (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 1 \\ (x+1)^2 + (y+1)^2 \geq 1 \end{cases}$$

Sia  $X$  un insieme di numeri interi positivi. Si sa che  $X$  contiene almeno un elemento maggiore di 1 e che, tutte le volte che contiene un certo numero  $n$ , contiene anche tutti i numeri maggiori di  $n$  ad eccezione, eventualmente, dei multipli di  $n$ . Quale delle seguenti affermazioni è certamente corretta?

- (A)  $X$  è un insieme finito  
 (B) l'insieme  $X$  e l'insieme degli interi positivi che non appartengono ad  $X$  sono entrambi infiniti  
 (C)  $X$  contiene tutti i numeri primi  
 (D) esiste un numero  $m$  tale che  $X$  contiene tutti gli interi maggiori di  $m$   
 (E)  $X$  è uguale all'insieme di tutti gli interi positivi.

Quanti angoli maggiori di  $90^\circ$  può avere un quadrilatero (non intrecciato)?

- (A) Ne ha sempre almeno uno  
 (B) ne ha al più uno  
 (C) ne ha al più due  
 (D) ne ha al più tre  
 (E) può averne quattro.

Se si sviluppa la superficie laterale di un cilindro retto si ottiene un rettangolo le cui diagonali sono lunghe  $l$  e formano un angolo di  $30^\circ$  con la base del rettangolo.

Il volume del cilindro è

- (A)  $\frac{1}{16}\pi$  (B)  $\frac{3}{8}l^3$  (C)  $\frac{3}{4}l^3$  (D)  $\frac{3}{32}\pi$   
 (E) le risposte precedenti sono tutte sbagliate.

Un mio amico ha scritto un numero segreto di quattro cifre usando una sola volta le cifre 1, 2, 3 e 4. Sapendo che nessuna cifra occupa il posto che corrisponde al proprio valore (cioè la prima cifra non è 1, la seconda non è 2, e così via), quale probabilità ho di indovinare il numero al primo tentativo?

- (A)  $\frac{1}{24}$  (B)  $\frac{1}{9}$  (C)  $\frac{1}{8}$  (D)  $\frac{1}{81}$  (E)  $\frac{1}{6}$ .

Un pallone di cuoio è ottenuto cucendo 20 pezzi di cuoio a forma esagonale e 12 pezzi di cuoio a forma pentagonale. Una cucitura unisce i lati di due pezzi adiacenti. Allora il numero totale delle cuciture è

- (A) 90 (B) 172 (C) 176 (D) 180 (E) i dati del problema sono insufficienti.

18) Qual è la somma dei numeri contenuti nella tabella a fianco?

- (A)  $\left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$  (B)  $n + \frac{n(n+1)^2}{2}$   
 (C)  $n^3 + n^2 + n + 1$  (D)  $n(2n-1)(n+1)$   
 (E)  $n^3$ .

1	2	3	...	$n$
2	3	4	...	$n+1$
3	4	5	...	$n+2$
...	...	...	...	...
$n$	$n+1$	$n+2$	...	$2n-1$

19) Sia  $ABC$  un triangolo equilatero e  $DEF$  un altro triangolo equilatero in esso inscritto con  $AB$  perpendicolare a  $ED$ , il rapporto fra le aree di  $ABC$  e di  $DEF$  è

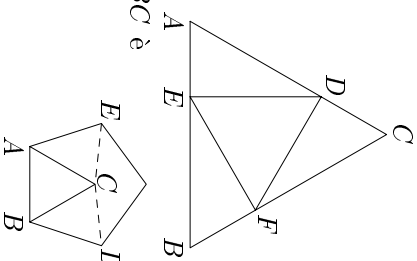
- (A)  $\sqrt{3}$  (B) 2 (C)  $\frac{5}{2}$  (D) 3 (E)  $3\sqrt{2}$ .

20) Quante cifre ha il numero  $(123456789)^6$ ?

- (A) 16 (B) 48 (C) 49 (D) 50 (E) 54

21) Nel pentagono regolare disegnato a fianco, il triangolo  $ABC$  è equilatero. Quanto vale l'angolo convesso  $\widehat{ECD}$ ?

- (A)  $120^\circ$  (B)  $144^\circ$  (C)  $150^\circ$  (D)  $168^\circ$  (E)  $170^\circ$ .



22) Ad un torneo di golf partecipano 256 concorrenti. Il torneo prevede che ad ogni turno partecipino 4 concorrenti: il vincitore passa al turno successivo mentre gli altri 3 concorrenti vengono eliminati. Quanti turni sono necessari per determinare il vincitore assoluto del torneo?

- (A) 16 (B) 64 (C) 65 (D) 85 (E) 128

23) Consideriamo le frazioni con numeratore e denominatore positivi. Quale dei seguenti insiemi è finito?

- (A) l'insieme delle frazioni minori di 100 con numeratore minore di 100  
 (B) l'insieme delle frazioni maggiori di 100 con denominatore maggiore di 100  
 (C) l'insieme delle frazioni minori di 100 con denominatore minore di 100  
 (D) l'insieme delle frazioni minori di 100 con numeratore maggiore di 100  
 (E) l'insieme delle frazioni maggiori di 100 con denominatore minore di 100.

24) Ho a disposizione cinque cifre uguali a 1 ed una cifra uguale a 2. Usando tutte o alcune di queste cifre, quanti numeri diversi posso costruire?

- (A) 15 (B) 21 (C) 24 (D) 26 (E) 27.

25) Da un semicerchio di cartone di raggio 10 cm si ritaglia un cerchio di diametro massimo. Dai due tronconi rimasti si ritagliano due cerchi di diametro massimo. Qual è la percentuale di cartoncino sprecata?

- (A) 10% (B) 20% (C) 25% (D) 30% (E) 50%.

