

I Giochi di Archimede - Gara Triennio

1 dicembre 1999

La prova consiste di 25 problemi; ogni domanda è seguita da cinque risposte indicate con le lettere (A), (B), (C), (D), (E).

Una sola di queste risposte è corretta, le altre 4 sono errate. Ogni risposta corretta vale 5 punti, ogni risposta sbagliata vale 0 punti e ogni problema lasciato senza risposta vale 1 punto.

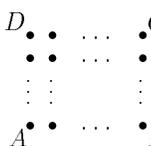
Per ciascuno dei problemi devi trascrivere la lettera corrispondente alla risposta che ritieni corretta nella griglia riportata qui sotto. Non sono ammesse cancellature o correzioni sulla griglia. NON È CONSENTITO L'USO DI ALCUN TIPO DI CALCOLATRICE.

Il tempo totale che hai a disposizione per svolgere la prova è 1 ora e mezza. Buon lavoro e buon divertimento!

ne _____ Cognome _____ Classe _____

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	

In un frutteto rettangolare c'è un albero ogni 4 metri (come in figura). Sapendo che ci sono 391 alberi, quanto misura il perimetro del rettangolo che ha per vertici i punti in cui ci sono gli alberi A, B, C, D?



- (A) 136 m (B) 208 m (C) 304 m (D) 320 m
(E) non si può determinare univocamente.

Un orologio digitale a 4 cifre indica l'ora da 00:00 a 23:59. Per quanti minuti durante la giornata il numero che indica le ore ed il numero che indica i minuti sono entrambi quadrati perfetti? (si ricorda che 0 è un quadrato perfetto)

- (A) 25 (B) 28 (C) 32 (D) 35 (E) 40.

Sia $MNOPQ$ un pentagono in cui $QM = NO = 8$ cm, $PQ = 5$ cm, $OP = 12$ cm e gli angoli in M , N e P sono retti. Quanto vale il perimetro del pentagono?

- (A) 33 cm (B) 40 cm (C) 46 cm (D) 47 cm (E) 50 cm.

Quanto vale $(12,5 \cdot 10^{-3}) \cdot (8 \cdot 10^{111})$?

- (A) 10^{110} (B) 1^{110} (C) 10^{37} (D) $100 \cdot 10^{-333}$ (E) 1000^{108} .

5) In un quadrato magico, la somma dei numeri di ogni riga, di ogni colonna e delle due diagonali è costante. Nel quadrato magico a fianco quanto vale $a + b + c$?

16	2	a
c	10	d
b	e	4

- (A) 20 (B) 22 (C) 26 (D) 44 (E) 48.

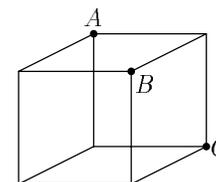
6) Qual è la probabilità che, estratti due numeri interi a caso (anche uguali) compresi fra 1 e 12 (estremi inclusi), il loro prodotto sia multiplo di 5?

- (A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{11}{36}$ (C) $\frac{5}{24}$ (D) $\frac{1}{4}$ (E) nessuna delle precedenti.

7) Qual è la cifra delle unità di 1999^{1999} ?

- (A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 9 (E) nessuna delle precedenti.

8) Dato il cubo in figura, con gli spigoli di lato 1, lo si tagli lungo il piano ABC . Qual è il volume della parte più piccola così ottenuta?



- (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{1}{4}$ (C) $\frac{1}{6}$ (D) $\frac{1}{8}$ (E) $\frac{1}{12}$.

9) Siano x e y due numeri reali tali che $x > y$. Quali delle seguenti disuguaglianze è sempre verificata?

- (A) $x^2 > xy$ (B) $x^2 > y^2$ (C) $x/y > 1$ (D) $x^3 > y^3$ (E) $x^4 > y^4$.

10) Due ciclisti partono contemporaneamente da due punti diametralmente opposti di una pista circolare lunga 400 m. Essi girano nello stesso senso a velocità costante di 35 km/h e 40 km/h rispettivamente. Dopo quanti giri il ciclista più veloce raggiungerà l'altro?

- (A) 2 (B) 3 (C) 4 (D) 6 (E) 8.

11) Scriviamo in ordine crescente tutti i numeri interi positivi che non sono né multipli di 2 né multipli di 3. Quale numero si trova in 1999-esima posizione?

- (A) 1999 (B) 3997 (C) 5995 (D) 11989 (E) nessuno dei precedenti.

12) Sui tre lati AB , BC , CA di un triangolo ABC si considerino rispettivamente tre punti L , M , N tali che $AL = \frac{1}{2}LB$, $BM = \frac{1}{2}MC$, $CN = \frac{1}{2}NA$. Qual è il rapporto fra l'area del triangolo LMN e quella del triangolo ABC ?

- (A) $\frac{1}{4}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{5}{12}$ (D) $\frac{1}{2}$
(E) dipende dal particolare triangolo considerato.

13) Sia $x = 99 - 70 \cdot \sqrt{2}$. Allora:

- (A) $x \leq -\frac{1}{100}$ (B) $-\frac{1}{100} < x < 0$ (C) $x = 0$ (D) $0 < x < \frac{1}{100}$
(E) $x \geq \frac{1}{100}$.

Un orologio analogico ha perso la lancetta dei minuti, ma funziona ancora correttamente. La lancetta delle ore è in corrispondenza del minuto 23. Sapendo che è pomeriggio, che ore sono?

- (A) Le 15:23 (B) le 16:23 (C) le 16:30 (D) le 16:36 (E) le 16:40.

Sia N la somma dei 25 numeri primi più piccoli. La cifra delle unità di N è uguale a

- (A) 1 (B) 3 (C) 7 (D) 9 (E) 0.

NOTA: Si ricorda che il numero 1 non è considerato primo e che quindi il numero primo più piccolo è 2.

Quante radici reali possiede l'equazione $9 - 2^x = 2^{3-x}$?

- (A) Due (B) più di due, ma un numero finito (C) nessuna (D) infinite (E) una.

Nel mio cassetto ci sono 8 calze blu e 8 calze nere, alla rinfusa. Pescò al buio 8 calze a caso. Quale tra le seguenti è l'eventualità più probabile?

- (A) Pescare 4 calze di un colore e 4 di un altro
 (B) pescare 5 calze di un colore e 3 di un altro
 (C) pescare 6 calze di un colore e 2 di un altro
 (D) pescare 7 calze di un colore e 1 di un altro
 (E) pescare 8 calze di un colore e 0 di un altro.

Quale delle seguenti affermazioni è corretta?

- (A) Se un quadrilatero ha tutti i lati uguali, allora ha anche tutti gli angoli uguali
 (B) Se un quadrilatero ha tutti gli angoli uguali, allora ha anche tutti i lati uguali
 (C) Se un quadrilatero ha due angoli uguali, allora ha anche due lati uguali
 (D) Esiste un triangolo con tutti gli angoli uguali, ma in cui i lati non sono tutti uguali
 (E) Esiste un pentagono con tutti gli angoli uguali, ma in cui i lati non sono tutti uguali.

In quanti modi si possono disporre 3 ragazzi e 3 ragazze per una foto di gruppo, sistemando i 3 ragazzi accovacciati e le 3 ragazze in piedi dietro di loro?

- (A) 9 (B) 24 (C) 36 (D) 54 (E) 81.

Sia n il più piccolo numero intero positivo divisibile per 20 e tale che la somma delle sue cifre sia divisibile per 1999. Quante cifre ha n ?

- (A) Meno di 222 (B) 222 (C) 223 (D) 224 (E) più di 224.

Un quadrato $ABCD$ è inscritto in una circonferenza di raggio unitario. Qual è la lunghezza del raggio della circonferenza che passa per A ed è tangente ai lati BC e CD ?

- (A) $\frac{1}{2}$ (B) $2(\sqrt{2} - 1)$ (C) $\frac{3}{4}$ (D) $\sqrt{2}$ (E) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.

22) Quale dei seguenti numeri non può essere scritto nella forma $\frac{a}{b} + \frac{b}{a}$ con a e b interi positivi?

- (A) $\frac{25}{12}$ (B) $\frac{10}{3}$ (C) $\frac{7}{3}$ (D) $\frac{17}{4}$ (E) $\frac{29}{10}$.

23) Nell'isola dei cavalieri e dei furfanti i cavalieri dicono sempre la verità ed i furfanti mentono sempre. Supponi di incontrarvi Andrea che dice "Bruno afferma che Carlo è un furfante, ma Carlo afferma che Diego è un furfante e Diego afferma che Bruno è un furfante". Che cosa puoi dedurne?

- (A) Bruno, Carlo e Diego sono tutti furfanti
 (B) Bruno, Carlo e Diego sono tutti cavalieri
 (C) tra Bruno, Carlo e Diego ci sono due furfanti e un cavaliere
 (D) tra Bruno, Carlo e Diego ci sono due cavalieri e un furfante
 (E) Andrea è un furfante.

24) L'intero $n > 0$ in base dieci si scrive solo con le cifre 3 e 5 ed ha un numero dispari di cifre. Inoltre è divisibile per 11. Qual è il minimo numero di cifre che può avere n ?

- (A) 5 (B) 7 (C) 11 (D) 15 (E) non esiste un tale n .

25) Le circonferenze disegnate a fianco hanno raggio 2 e 1 e sono tangenti internamente nel punto A . A che distanza da O deve essere il punto P affinché le corde intercettate dalla perpendicolare in P ad OA siano di lunghezza una il doppio dell'altra?

- (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{2}$ (D) $\frac{2}{3}$ (E) $\frac{3}{4}$.

